

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/316888598>

# The impacts of time-step size and spatial resolution on the prediction skill of the GRAPES-MESO forecast system

Article · November 2015

DOI: 10.3878/j.issn.1006-9895.1501.14307

CITATIONS

2

READS

36

4 authors, including:



**Deqiang Liu**

Fujian Meteorological Bureau

10 PUBLICATIONS 47 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



**Jie Feng**

University of Oklahoma

14 PUBLICATIONS 57 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



**Jianping Li**

Beijing Normal University

440 PUBLICATIONS 7,813 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Winter North Atlantic Oscillation prediction [View project](#)



Statistical Analysis and Forecast Error (SAFE) estimation algorithm [View project](#)

刘德强, 冯杰, 李建平, 等. 2015. GRAPES\_MESO 中时间步长和空间分辨率对于预报效果的影响 [J]. 大气科学, 39 (6): 1165–1178. Liu Deqiang, Feng Jie, Li Jianping, et al. 2015. The impacts of time-step size and spatial resolution on the prediction skill of the GRAPES-MESO forecast system [J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese), 39 (6): 1165–1178, doi:10.3878/j.issn.1006-9895.1501.14307.

# GRAPES\_MESO 中时间步长和空间分辨率 对于预报效果的影响

刘德强<sup>1,2,6</sup> 冯杰<sup>1,2</sup> 李建平<sup>3,4</sup> 王金成<sup>5</sup>

1 中国科学院大气物理研究所大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验室, 北京 100029  
2 中国科学院大学, 北京 100049  
3 北京师范大学全球变化与地球系统科学研究院, 北京 100875  
4 全球变化研究协同创新中心, 北京 100875  
5 中国气象局数值预报中心, 北京 100081  
6 福建省气象台, 福州 350001

**摘 要** 基于 GRAPES 区域中尺度数值预报系统 (GRAPES\_MESO), 针对 700 hPa、500 hPa 和 200 hPa 的位势高度场  $H$ , 温度场  $T$ , 风场纬向分量  $U$ , 经向分量  $V$  和地面降水场, 在给定的模式物理过程下, 分别考察了时间步长和空间分辨率对于模式预报效果的影响。研究表明, 空间分辨率 ( $0.3^\circ \times 0.3^\circ$ ) 相同时, 各变量在不同层次的预报几乎都存在最优时间步长使得预报技巧最高, 初步说明最优时间步长理论在复杂的偏微分方程组中的适用性。随后, 将空间分辨率为  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$  时最优时间步长 (240 s) 的预报结果与当前业务中 (空间分辨率为  $0.15^\circ \times 0.15^\circ$ 、时间步长为 90 s) 的预报结果进行比较, 发现前者的变量  $H$ 、 $T$ 、 $U$ 、 $V$  和地面降水场的预报技巧均高于后者, 表明并不是空间分辨率越高预报效果越好。

**关键词** GRAPES\_MESO 时间步长 空间分辨率 预报效果

文章编号 1006-9895(2015)06-1165-14

中图分类号 P456.7

文献标识码 A

doi:10.3878/j.issn.1006-9895.1501.14307

## The Impacts of Time-Step Size and Spatial Resolution on the Prediction Skill of the GRAPES-MESO Forecast System

LIU Deqiang<sup>1,2,6</sup>, FENG Jie<sup>1,2</sup>, LI Jianping<sup>3,4</sup>, and WANG Jincheng<sup>5</sup>

1 State Key Laboratory of Numerical Modeling for Atmospheric Science and Geophysical Fluid Dynamics, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029  
2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049  
3 College of Global Change and Earth System Science, Beijing Normal University, Beijing 100875  
4 Joint Center for Global Change Studies, Beijing 100875  
5 Numerical Weather Prediction Center of China Meteorological Administration, Beijing 100081  
6 Fujian Meteorological Observatory, Fuzhou 350001

**Abstract** This study considered the impacts of time-step size and spatial resolution on the prediction skill of the Global/Regional Assimilation and Prediction System (GRAPES) mesoscale numerical forecast system (GRAPES-MESO) for a given parameter set. The forecasts of geopotential height ( $H$ ), temperature ( $T$ ), and the zonal ( $U$ ) and meridional ( $V$ )

收稿日期 2014-11-02; 网络预出版日期 2015-01-29

资助项目 国家自然科学基金项目 41375110、41175069

作者简介 刘德强, 男, 1987 年出生, 博士研究生, 主要从事可预报性研究。E-mail: deqiang\_1987@163.com

通讯作者 李建平, E-mail: ljpbnu@bnu.edu.cn

components of wind at 700, 500, and 200 hPa, were assessed, as well as surface precipitation. The results showed that, at a spatial resolution of  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$ , the prediction skill of almost all variables, including  $H$ ,  $T$ ,  $U$  and  $V$ , in the three vertical layers were optimized at a particular time step of approximately 240 s. This raises the possibility of an optimal time-step size for a particular spatial resolution, and the explanation for this relationship might be related to the computational uncertainty principle. The operational forecasts based on a spatial resolution of  $0.15^\circ \times 0.15^\circ$  and a time-step size of 90 s were also compared with the best results obtained previously, in which the spatial resolution was  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$  and the time step was 240 s. The latter configuration possessed higher skill than the operational forecasts for all variables, indicating that the prediction quality may not be significantly improved by an increase in the spatial resolution of the model.

**Keywords** GRAEPS\_MESO, Time-step size, Spatial resolution, Model prediction

## 1 引言

数值天气预报模式方程组是一组非线性偏微分方程,一般不能求得解析解,多采用数值方法求其近似解。数值计算过程中会不可避免地引入截断误差和舍入误差(von Neumann, 1960)。前者的产生是由于离散化时使用了差分格式(Henrici, 1962, 1963; Gear, 1971),后者则是来源于计算机的有限精度这一固有属性(Henrici, 1962, 1963; Wilkinson, 1971)。一般情况下,初始时刻舍入误差很小,但模型的长时间积分势必会造成舍入误差的累积,从而有可能改变真解的根本性质(Quinn, 1983; Skeel, 1992)。20世纪末, Li et al. (2000, 2001)研究了舍入误差对非线性常微分方程解的影响,验证了最长积分时间和最优时间步长的存在,并且提出了“计算不确定性原理”的概念。王鹏飞和黄刚(2006)研究了数值模式的预报时效与计算精度和时间步长的依赖关系。穆穆等(2002)指出模式的可预报性研究必须考虑机器精度的影响。

对于复杂的数值天气预报模式,在利用差分方案对其进行离散化的时候,时间步长与空间分辨率的选取均会影响截断误差和舍入误差等,从而对预报技巧产生影响。李勇和王雨(2007)比较了不同空间分辨率对 GRAPES\_MESO 预报效果的影响;刘宝超等人(2013)在研究数值模式对于长江口海域 M2 分潮的模拟中发现,空间分辨率的调整对于潮汐的模拟技巧具有重要影响。从模式运行稳定度的角度来看,柯朗条件是模式数值求解收敛的必要条件,它要求时间步长和空间分辨率必须相协调,才能保证积分的稳定性。因此,研究不同时间步长与空间分辨率对模式预报效果的影响及二者间的协调关系具有重要意义。

针对时间步长的影响,前人提出计算不确定性原理,指出非线性常微分方程组求解中存在最优时间步

长使得预报效果最好,但是这一结论在非线性偏微分方程组中是否仍然适用则需要进一步验证。中国气象局的区域中尺度模式 GRAPES\_MESO 自 2004 年 3 月发布以来,经过不断地系统完善、效能评估和优化改进(李勇和王雨, 2007; 陈德辉等, 2008; 徐国强等, 2008),如今已在业务上运行,并且得到广泛的应用。本文的主要工作就是利用 GRAPES\_MESO 业务模式研究时间步长和空间分辨率对于模式预报效果的影响。利用这一业务模式进行研究可以对其有效积分和预报提供指导和改进,具有实际意义。

## 2 计算不确定性原理

计算不确定性原理由 Li et al. (2000, 2001) 提出,它反映了微分方程数值计算中由数值方法的不准确导致的不确定性与由机器精度有限带来的不确定性之间的关系。其理论和数值研究结果表明(Li et al., 2000, 2001; 李建平, 2000),截断误差和舍入误差随步长的变化是反向的,数学表达式为

$$\Delta e + \Delta r \geq C, \quad (1)$$

$$\Delta e \cdot \Delta r \geq \eta, \quad (2)$$

其中  $\Delta e$  和  $\Delta r$  分别代表截断误差和舍入误差,  $C$  和  $\eta$  在机器精度有限时为正数。从公式可以看出,截断误差和舍入误差可以被看作是一对“共轭”量,其中一个量不确定性的减小,必然导致其共轭量不确定性的增大,在实践中,由于机器精度的限制,舍入误差不可避免的存在,因此  $\Delta e$  和  $\Delta r$  不可能同时趋近于零,所以总误差不可能任意的小(Li et al., 2000, 2001; 李建平, 2000)。这两种不确定性之间存在的固有关系,使得数值解的有效区间长度受到限制,所以必然存在最大有效计算时间  $T$ ,在区间  $[0, T]$  内数值解可以较好的表现出来,而最大有效计算时间对应的时间步长则为最优时间步长,此时预报总误差最小(Li et al., 2000, 2001; 李建平, 2000)。

计算不确定性原理从理论上给出了达到模式

最好预报效果的途径。它强调了在现有初始误差和模式误差的水平下,空间分辨率和时间步长的选取对于预报效果的重要性。最合适的空间分辨率及与之匹配的时间步长将最大程度地提高模式的预报技巧,尤其是对于业务模式具有更重要的意义。

### 3 模式简介、试验方案设计和评估方法

本文选用的模式版本为 GRAPES\_MESO 3.0。关于 GRAPES\_MESO 详细的介绍可参考薛纪善和陈德辉(2008)的专著。

由于 2011 年 8 月期间发生的超强台风“梅花”具有强度大、影响范围广、路径难预测等特点,给人们的生命、经济和财产安全造成了重大损失,所以本文选取了该时段内的 16 个积分稳定的数值回报试验个例进行评估,每个个例的起始时刻均为 12 时(北京时,下同),积分 132 小时(5 天半),每 12 小时输出一次。为了使结果更有说服力,除了对所有个例平均的结果进行了分析,还选取了此次台风事件发展强盛时期的一个个例(8 月 5 日 12 时)进行了单独分析。分析的变量分别是 700 hPa、500 hPa 和 200 hPa 的位势高度场  $H$ , 温度场  $T$ , 风场纬向分量  $U$ , 经向分量  $V$  和地面的降水场。分析的区域为(15°N~64.2°N, 70°E~145°E)。

本文着重于给定模式物理过程条件下,时间步长和空间分辨率对于预报效果的影响。首先研究了给定空间分辨率[0.3°×0.3°(经度×纬度)]时,不同时间步长对预报效果的影响。随后取出空间分辨率为 0.3°×0.3°时对应的最优时间步长的预报结果,与目前业务中空间分辨率为 0.15°×0.15°、时间步长为 90 s 时的预报结果进行比较。在本文的试验中没有使用 GRAPES\_MESO 中的同化系统,而是直接利用 T213 得到区域模式积分的初始场和边界条件,将 GRAPES\_MESO 的初始场作为真实场与模式预报的结果进行比较。

本文采用均方根误差(RMSE)和距平相关系数(ACC)两个指标,对各变量的预报场和分析场的一致性进行评估。其公式如下:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (M_i - O_i)^2}, \quad (3)$$

$$ACC = \frac{\sum_{i=1}^N (M_i - \bar{M})(O_i - \bar{O})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (M_i - \bar{M})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (O_i - \bar{O})^2}}, \quad (4)$$

这里,  $M$  代表模式的模拟结果,  $O$  代表分析场,  $N$

为总的格点数。在计算时,均考虑了格点的权重系数  $\cos \alpha$ ,  $\alpha$  为格点的纬度。对于地面降水场采用降水客观评分方法(Threat Score, TS 和 Bias Score, BIAS)进行检验(黄卓, 2001; 王雨, 2003), 公式为

$$TS = \frac{A_c}{A_f + A_o - A_c}, \quad (5)$$

$$BIAS = \frac{A_f}{A_o}, \quad (6)$$

其中,  $A_f$  代表模式预报的降水面积,  $A_o$  代表实际观测的降水面积,  $A_c$  代表模式预报正确(击中)的降水面积。TS 评分方法是衡量降水预报水平的重要标准,但是容易忽视降水的空报和漏报现象,所以不能准确了解模式降水预报的能力(管成功等, 2006)。从图 1b 和 1c 可以看出,当预报误差较大(BIAS=2.0)时的 TS 评分(TS=0.5)要大于预报误差较小(BIAS=1.0)时的结果(TS=0.3)。联合公式(3)和(4)来看,出现这种现象的可能原因是,较大的预报误差会导致较大的预报降水面积,而预报面积增大就会增加随机预报正确的站点数目,使得预报和观测的交叉面积增大,进而导致 TS 评分增大。因此在衡量不同时间步长和空间分辨率对应的模式降水预报能力时,为了结果的客观公平性,应保证模式的预报降水面积相等,所以考虑对降水预报面积大即预报误差大的结果进行惩罚,采用 TS/BIAS 的标准进行检验。此外,还利用绝对误差方法考察了区域平均的模式预报降水总量与实际观测的降水总量之间的差异。全国降雨检验取 400 个雨量站。使用的实测资料来自全国 400 个台站逐日 24 小时实况降水量。

## 4 模拟结果分析

### 4.1 不同时间步长对模拟的影响

空间分辨率为 0.3°×0.3°时,不同时间步长条件下,200、500 和 700 hPa 对应的位势高度场  $H$ , 温度场  $T$ , 风场纬向分量  $U$  和经向分量  $V$  的预报的 RMSE 随时间的演变如图 2 所示。有些时间步长出现未完全积分的情况,这是由于一些极大或极小的时间步长出现了积分不稳定而溢出。最稳定的步长是 120、180 和 240 s。从图 2 可以很明显的看出三层的  $H$ ,  $U$ ,  $V$  以及高层的  $T$  均表现出一个共同的特征:随着时间步长的增加, RMSE 逐渐减小;而到了一定的时间步长 240 s 附近时,这种减小就非

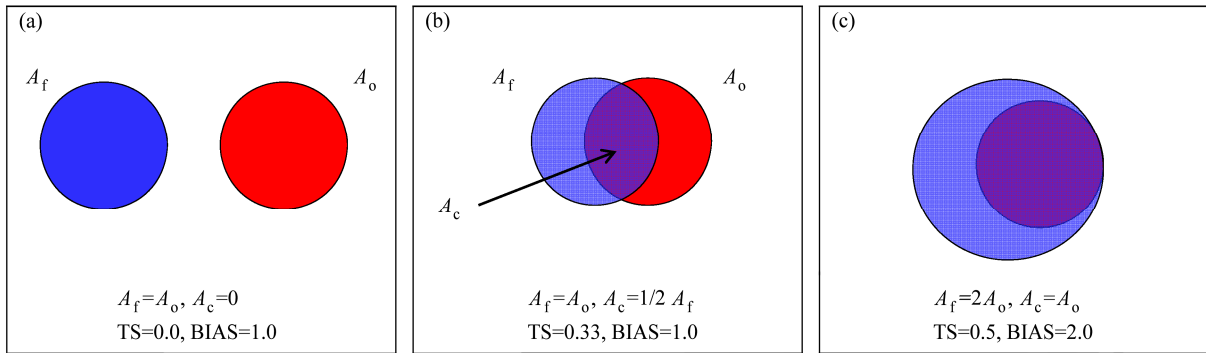


图1 模式预报降水 and 实际观测降水呈 (a-c) 三种极端分布时对应的 TS 评分和 BIAS 评分大小。  $A_f$  代表模式预报降水面积,  $A_o$  代表实际观测降水面积,  $A_c$  代表预报击中的降水面积

Fig. 1 (a-c) Values of threat score (TS) and BIAS corresponding to three kinds of extreme distributions of model forecasts and observed precipitation.  $A_f$ ,  $A_o$ , and  $A_c$  denote the forecast precipitation area, the actual observed precipitation area, and the common area between the two, respectively

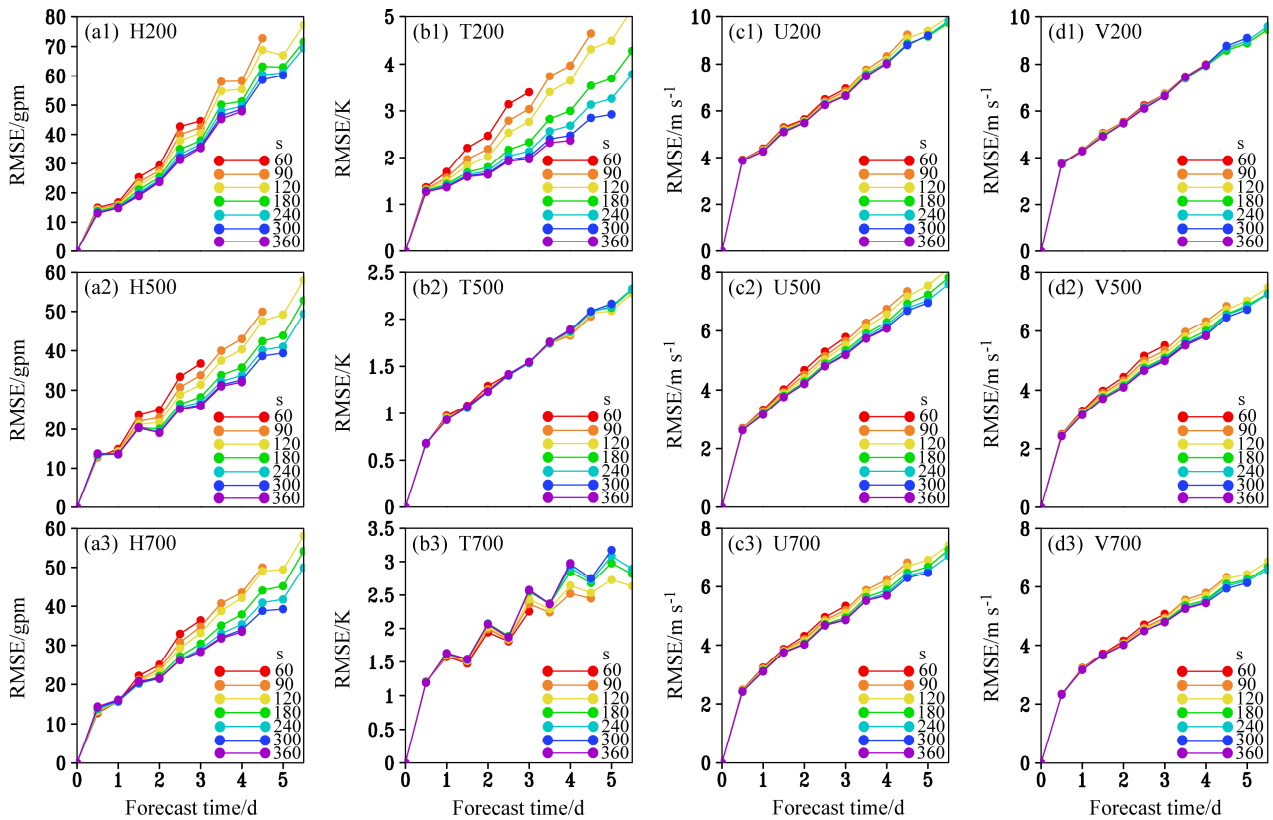


图2 空间分辨率为  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$  时, 不同时间步长条件下, 200、500 和 700 hPa 对应的位势高度场  $H$ 、温度场  $T$ 、风场纬向分量  $U$  和经向分量  $V$  的预报场与分析场间所有个例集合平均的 RMSE 随预报时间 (单位: d) 的演变。四列从左至右分别为位势高度  $H$ 、温度场  $T$  和  $U$ 、 $V$  风场; 三行从上至下分别为 200、500 和 700 hPa。时间步长分别为 60、90、120、180、240、300 和 360 s

Fig. 2 The RMSE averaged over all case studies between the forecasted and observed geopotential height ( $H$ ) as a function of forecast time (d) at (a1) 200, (a2) 500, and (a3) 700 hPa. Panels (b1-b3), (c1-c3) and (d1-d3) are the same as (a1-a3), but for temperature ( $T$ ) and the zonal ( $U$ ) and meridional ( $V$ ) components of wind, respectively. Time-step sizes were 60, 90, 120, 180, 240, 300, and 360 s. Spatial resolution was  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$

常不明显, 误差曲线几乎重合, 甚至有的还有向相反方向增加的趋势, 这和计算不确定性原理中提到的最优步长理论非常吻合。对于低层的温度场, 其呈现出了相反的规律, 这可能是由于模式物理过程

与时间和空间分辨率在温度变量上不匹配有关, 需要进一步分析。尽管如此, 表 1 结果显示, 在采用最优时间步长时的预报结果相对时间步长为 120 s 时的结果, 接近 90% 的不同高度的变量预报技巧均

有改进。其中,改进最大的是高层的温度场,其次是位势高度场,风场  $U, V$  的改进相对较小。以上结果说明了最优步长在复杂的偏微分方程组中的存在性,初步表明计算不确定性原理在复杂业务模式中的适用性。ACC 的结果表现出同样的规律(图略)。结合积分稳定性和统计评分,我们确定最优时间步长为 240 s。

表 1 空间分辨率为  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$  时,将时间步长从 120 s 替换为 240 s 后,200、500 和 700 hPa 的位势高度场 ( $H$ )、温度场 ( $T$ )、纬向 ( $U$ ) 和经向 ( $V$ ) 风分量的预报场和分析场间的 RMSE 变化百分率(正值代表预报改进,负值代表预报下降)。H200、H500 和 H700 分别代表位势高度场在 200、500 和 700 hPa 上的结果,其他变量应用温度场、纬向和经向风场在 200、500 和 700 hPa 上的结果

Table 1 Percentage change in the RMSE of forecasts (positive values indicate an improved forecast, negative values a worse forecast) of geopotential height ( $H$ ), temperature ( $T$ ), and the zonal ( $U$ ) and meridional ( $V$ ) components of wind at 200, 500, and 700 hPa after changing the time-step size from 120 to 240 s. Spatial resolution was  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$ . H200, H500 and H700 represent the result of geopotential height at 200, 500 and 700 hPa, respectively, while other variables represent that of temperature, the zonal and meridional components of wind.

变量	预报时效为 1~5 天的 RMSE 变化百分率				
	1 天	2 天	3 天	4 天	5 天
H200	4.5%	8.0%	9.4%	10.4%	9.0%
H500	3.9%	10.1%	14.3%	16.2%	16.6%
H700	0.1%	7.1%	12.6%	16.3%	15.8%
T200	7.0%	14.9%	22.7%	25.9%	27.1%
T500	1.5%	1.3%	0.0%	-0.7%	-2.1%
T700	-1.2%	-2.4%	-5.6%	-10.1%	-13.5%
U200	1.1%	1.1%	1.6%	1.4%	2.2%
U500	2.6%	4.0%	5.1%	5.7%	6.8%
U700	1.9%	3.1%	4.5%	5.3%	5.5%
V200	0.3%	0.4%	0.3%	0.1%	-0.1%
V500	1.9%	3.0%	3.1%	4.8%	3.1%
V700	0.8%	1.1%	1.9%	3.3%	3.7%

进一步地,为了更清楚地了解这种预报效果随时间步长的变化,我们对预报误差随时间步长的变化做了剖面分析。如图 3 所示,和图 2 分析的结果类似,预报误差具有随时间步长的增大而减小的趋势,并且这种现象在高层更为明显。虽然时间步长较小时,离散积分更接近于偏微分方程中对于时间的连续积分,但积分次数的显著增加,必然导致舍入误差的增大。而选择较大的时间步长时又会伴有截断误差的相应增大,所以存在最优的时间步长。

并且较大或较小的时间步长都容易造成积分不稳定,而最优时间步长也是最稳定的积分步长。

#### 4.2 改变空间分辨率对模拟的影响

GRAPES\_MESO 不同空间分辨率对于台风模拟的结果表明高分辨率可以将台风的螺旋云带模拟得更精细(薛纪善和陈德辉,2008),但是否分辨率越高预报效果越好,仍然需要一个定量的评估。目前 GRAPES\_MESO 业务上采用  $0.15^\circ \times 0.15^\circ$  的空间分辨率和 90 s 的时间步长。本部分对业务预报结果与空间分辨率为  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$ , 时间步长为 240 s 时的预报结果进行比较。如图 4 所示,空间分辨率为  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$  时,无论是位势高度  $H$ 、气温  $T$  还是风速  $U, V$ , 在高中低三层的预报结果都比空间分辨率为  $0.15^\circ \times 0.15^\circ$  时的预报结果要好。整体来看,相对空间分辨率为  $0.15^\circ \times 0.15^\circ$  时的预报结果,  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$  时的预报对位势高度场的改进是最大的,温度场其次,风场最小。ACC 的结果表现出同样的规律(图略)。可以用类似时间步长的原理来解释,当空间分辨率较高时,模式对差分格式的离散化越逼近连续微分的形式,舍入误差越大;当空间分辨率较低时,截断误差的影响又会加剧,所以空间分辨率提高可能会导致舍入误差增大进而使预报效果变差。但是我们必须考虑的是区域模式的最本质的目的就是中小尺度天气现象的精细模拟,因此能够令整体预报结果都较为精确的高分辨率才是最优的。

#### 4.3 对降水预报结果的评估

降水预报的正确与否对人类的生产和生活活动更具有现实意义。本部分针对该试验里不同空间分辨率和时间步长条件下模式的降水预报能力进行了重点评估。

所有个例平均的降水 TS/BIAS 值随时间的变化如图 5 所示。针对  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$  时的不同时间步长及业务预报的结果,分别对小雨 ( $\geq 0.1$  mm)、中雨 ( $\geq 10$  mm) 和大雨 ( $\geq 25$  mm) 三个雨量等级进行了检验。由于在该试验中,模式对于暴雨 ( $\geq 50$  mm) 和大暴雨 ( $\geq 100$  mm) 预报能力不好,所以略去了对该等级降水的检验。从结果可知,当空间分辨率为  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$  时,三个雨量等级降水的 TS/BIAS 值均随着时间步长的增大而增大,并且在时间步长为 240 s 附近变化非常小,这与变量  $H, T, U$  和  $V$  类似。而且随着时间步长增加,积分稳定度减小,所以 240 s 为最优时间步长。空间分辨率为  $0.15^\circ \times 0.15^\circ$ 、时间步长为 90 s 时的业务预报的

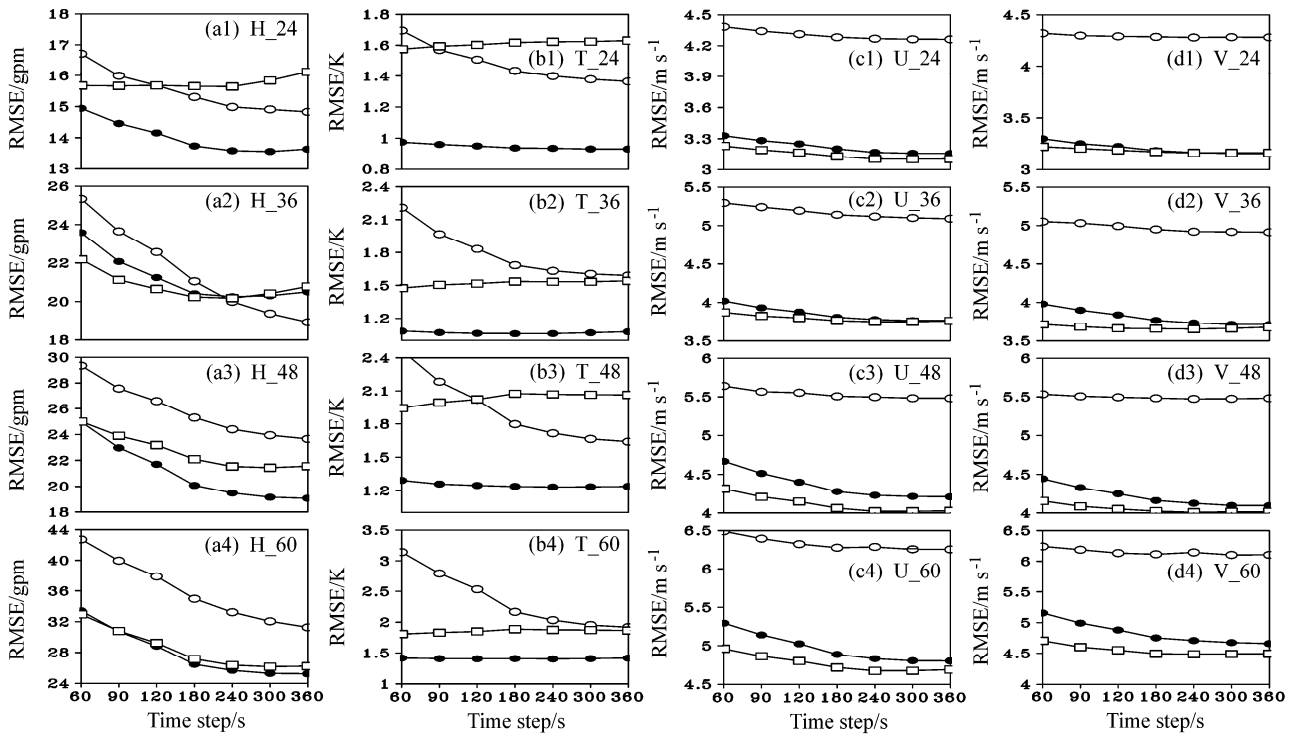


图3 空间分辨率为  $0.3^{\circ} \times 0.3^{\circ}$  时, 三个垂直层次各个变量在不同预报时刻的预报场和分析场间的 RMSE 随时间步长的变化。四列从左至右分别对应位势高度场  $H$ 、温度场  $T$  和  $U$ 、 $V$  风场; 四行从上而下分别是预报 24、36、48、60 h 的结果。空心圆圈实线代表的是 200 hPa, 实心圆点实线代表的是 500 hPa, 空心方框实线代表的是 700 hPa

Fig. 3 The RMSE between forecasted and observed geopotential height ( $H$ ), temperature ( $T$ ) and the zonal ( $U$ ) and meridional ( $V$ ) components of wind at different forecast times and levels as a function of time-step size. Open circles, solid circles, and open squares represent the results at 200, 500, and 700 hPa, respectively. Panels (a1–a4) show  $H$  at forecast times of 24, 36, 48, and 60 h, respectively. Panels (b1–b4), (c1–c4) and (d1–d4) are the same as (a1–a4), but for variables  $T$ ,  $U$ , and  $V$ , respectively. Spatial resolution was  $0.3^{\circ} \times 0.3^{\circ}$

TS/BIAS 值明显小于空间分辨率为  $0.3^{\circ} \times 0.3^{\circ}$ 、时间步长为 240 s 时的值, 表明并非是模式空间分辨率越高, 降水的预报效果越好。所有个例平均的观测降水和模式预报降水间 RMSE 随时间的演化亦表现出了相同的规律 (图略), 说明给定物理过程的参数方案, 空间分辨率相同时, 存在最优的时间步长能够使得降水预报评分最高、预报误差最小; 空间分辨率不同时, 各自最优时间步长对应的降水预报结果, 并非是空间分辨率越高时降水预报技巧越高。

为了考察区域平均的预报降水总量与实况降水总量之间的差异, 选择了观测站点较为稠密的中国中东部 ( $100^{\circ}\text{E}$  以东) 国界内区域进行区域平均。图 6 为不同空间分辨率和时间步长条件下, 区域平均的预报降水总量与实况降水总量之间的绝对误差 (AE) 随时间的变化。可以看出, 当空间分辨率为  $0.3^{\circ} \times 0.3^{\circ}$  时, AE 随时间步长的增加而逐渐减小, 至时间步长为 240 s 附近时, 这种减小不再

明显, AE 增长曲线几乎重合, 同时模式运行稳定性变差, 所以存在最优时间步长使得模式降水预报总量的误差最小, 这与位势高度场  $H$ 、风速  $U$ 、 $V$  场和温度场  $T$  中的结果是一致的。此外, 当空间分辨率为  $0.15^{\circ} \times 0.15^{\circ}$ 、时间步长为 90 s 时, 降水预报总量的 AE 值要明显大于空间分辨率为  $0.3^{\circ} \times 0.3^{\circ}$ 、时间步长为 240 s 时的 AE 值, 这说明模式的分辨率和时间步长之间存在一定的协调关系, 并非是模式精度越高, 降水总量的预报效果越好。

#### 4.4 个例分析

本文前面分别针对 16 个个例的位势高度场  $H$ 、温度场  $T$ 、风场纬向分量  $U$ 、经向分量  $V$  和地面降水场的预报的平均结果进行了整体评估, 发现时间步长和空间分辨率之间存在一定的协调关系。下面选取台风“梅花”发展强盛时期的一个个例, 试验初始时刻为 2011 年 8 月 5 日 12 时, 考察了 500 hPa 位势高度场以及地面降水场的预报技巧随时间步长的变化情况。对于 500 hPa 位势高度场, 空间分

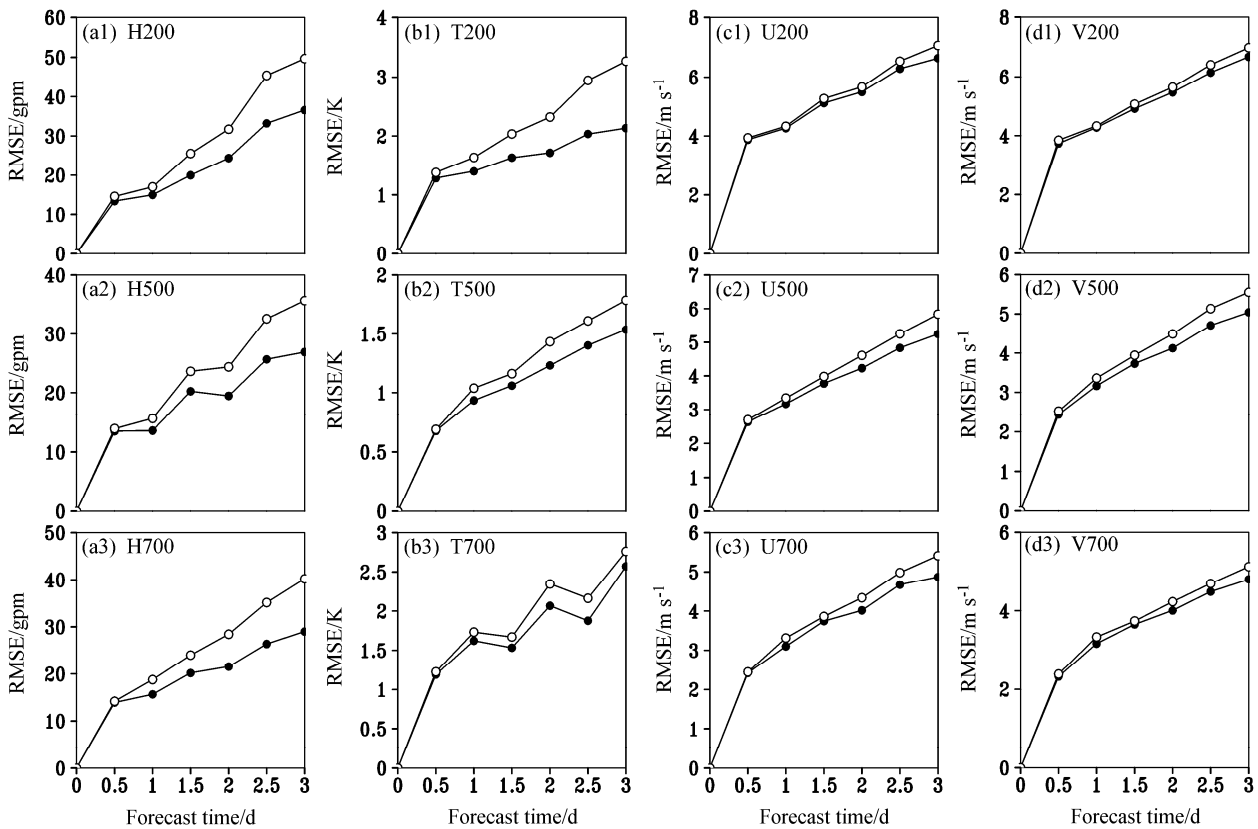


图 4 同图 2, 但实心圆点实线 (空心圆圈实线) 代表空间分辨率为  $0.3^{\circ} \times 0.3^{\circ}$  ( $0.15^{\circ} \times 0.15^{\circ}$ ) 和时间步长为 240 s (90 s) 时的结果  
Fig. 4 As in Fig. 2, but the solid circles (open circle) line represents results with a spatial resolution of  $0.3^{\circ} \times 0.3^{\circ}$  ( $0.15^{\circ} \times 0.15^{\circ}$ ) and time-step size of 240 s (90 s)

辨率为  $0.3^{\circ} \times 0.3^{\circ}$  的不同时间步长及业务空间分辨率条件下, 预报 60 小时 (2011 年 8 月 8 日 00 时) 后的误差空间分布呈现在图 7 中。从图中可以很明显的看出, 空间分辨率为  $0.3^{\circ} \times 0.3^{\circ}$  时, 预报误差随着时间步长的增加而减小, 尤其是中国华东至华南一带, 预报误差从 70 左右减小到 30 附近。而到了 240 s 以后, 误差大小则基本不再变化。从图 7 还可以看出, 空间分辨率为  $0.3^{\circ} \times 0.3^{\circ}$ , 时间步长为 240 s 时的预报误差要明显小于业务上的空间分辨率为  $0.15^{\circ} \times 0.15^{\circ}$ , 时间步长为 90 s 时的结果。

预报 36~60 小时累积降水预报误差的空间分布如图 8 所示, 当空间分辨率为  $0.3^{\circ} \times 0.3^{\circ}$  时, 降水预报误差随着时间步长的增大而减小。特别是东北地区, 在时间步长为 240 s 时的降水预报误差要明显小于时间步长为 60 s 时的结果。与空间分辨率为  $0.15^{\circ} \times 0.15^{\circ}$ 、时间步长为 90 s 时的降水预报误差相比较, 空间分辨率为  $0.3^{\circ} \times 0.3^{\circ}$ 、时间步长为 240 s 时的误差明显减小。图 9 为该个例预报与观测降水间 RMSE 随时间的演化, 其结果与所有个例平

均的结果类似, 验证了最优时间步长的存在, 说明了并非是模式空间分辨率越高, 降水预报效果越好。

图 10 是与该个例预报 36~60 小时相对应的观测累积降水量的空间分布, 可以看出降水主要集中在东北 (区域 D1), 胶东半岛 (区域 D2) 至华南 (区域 D3) 一带, 将雨带分为三个区域便于定量考察空间分辨率以及时间步长对于模式预报雨带和极值的影响。图 11 为三个主要降水区域里, 空间分辨率和时间步长对于站点平均降水 (Stn\_ave) 和最大降水极值 (MaxV) 的影响, 可以看出观测的雨带分布型为胶东半岛雨量最大, 华南次之, 东北最小; 最大降水极值位于胶东半岛, 东北地区极值最小。在空间分辨率为  $0.3^{\circ} \times 0.3^{\circ}$ , 时间步长为 60、90 和 120 s 时, 雨带的分布型为胶东半岛最大, 东北次之, 华南最小, 与观测雨型明显不符, 随着时间步长增大到 180 s 后, 雨型分布与观测一致, 同时降水极值分布亦与观测相同。而对于业务中空间分辨率为  $0.15^{\circ} \times 0.15^{\circ}$ 、时间步



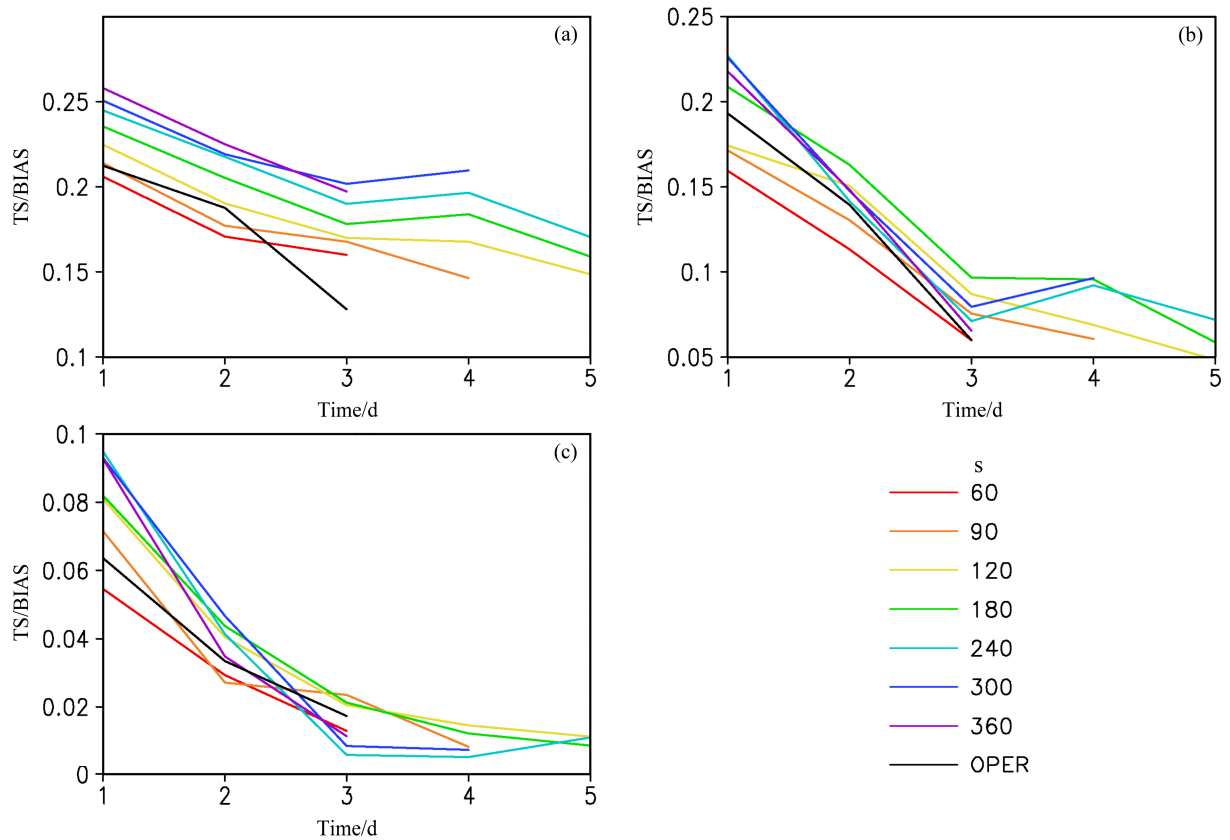


图 5 不同空间分辨率和时间步长条件下，地面降水场的 TS/BIAS 评分结果。(a-c) 分别为小雨、中雨和大雨的检验结果。OPER 代表空间分辨率为  $0.15^\circ \times 0.15^\circ$ 、时间步长为 90 s 时的检验结果。60、90、120、180、240、300 和 360 分别代表空间分辨率为  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$ 、时间步长为 60、90、120、180、240、300 和 360 s 时的检验结果

Fig. 5 The TS/BIAS scores for surface precipitation at various spatial resolutions and time-step sizes. Panels (a-c) show the results for light, moderate, and heavy rain, respectively. OPER is the result for a spatial resolution of  $0.15^\circ \times 0.15^\circ$  and a time step of 90 s, while the lines labeled 60, 90, 120, 180, 240, 300 and 360 are the results for those time steps (in s) at a spatial resolution of  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$

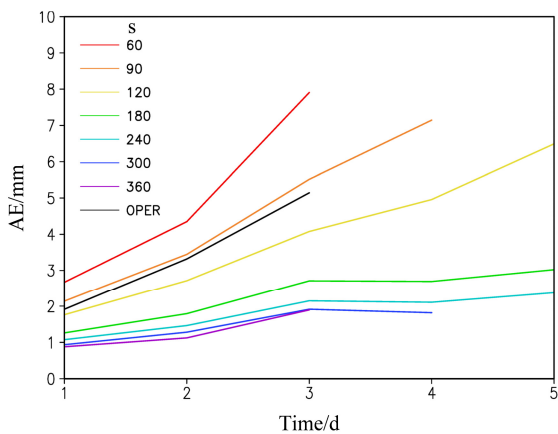


图 6 中国中东部区域平均的预报降水总量与实况降水总量之间的绝对误差 (AE, 单位: mm) 随时间的变化

Fig. 6 The absolute error (AE, units: mm) between the forecasted and observed precipitation averaged over east-central China as a function of time (d)

长为 90 s 时的预报结果，雨型分布与观测明显不同。

图 12 是空间分辨率为  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$ ，时间步长分别为 60、90、120、180、240、300 和 360 s 时的三个区域的站点平均降水的预报误差，OPER 则代表空间分辨率为  $0.15^\circ \times 0.15^\circ$ 、时间步长为 90 s 时的结果，可以看出，空间分辨率为  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$  时，三个区域的站点平均预报误差均随着时间步长的增大而减小，说明时间步长越大时，预报降水的雨带分布型与观测越为符合，而且这种误差减小在时间步长达 240 s 附近时明显变缓。当时间步长进一步增大时，积分稳定度下降，所以存在最优的时间步长使得雨带预报误差最小；此外，空间分辨率为  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$ 、时间步长为 240 s 时的雨带预报误差要明显小于空间分辨率为  $0.15^\circ \times 0.15^\circ$ 、时间步长为 90 s 时的结果；图 12 亦表明，胶东半岛和华南地区的站点平均降水预报误差随时间步长的变化

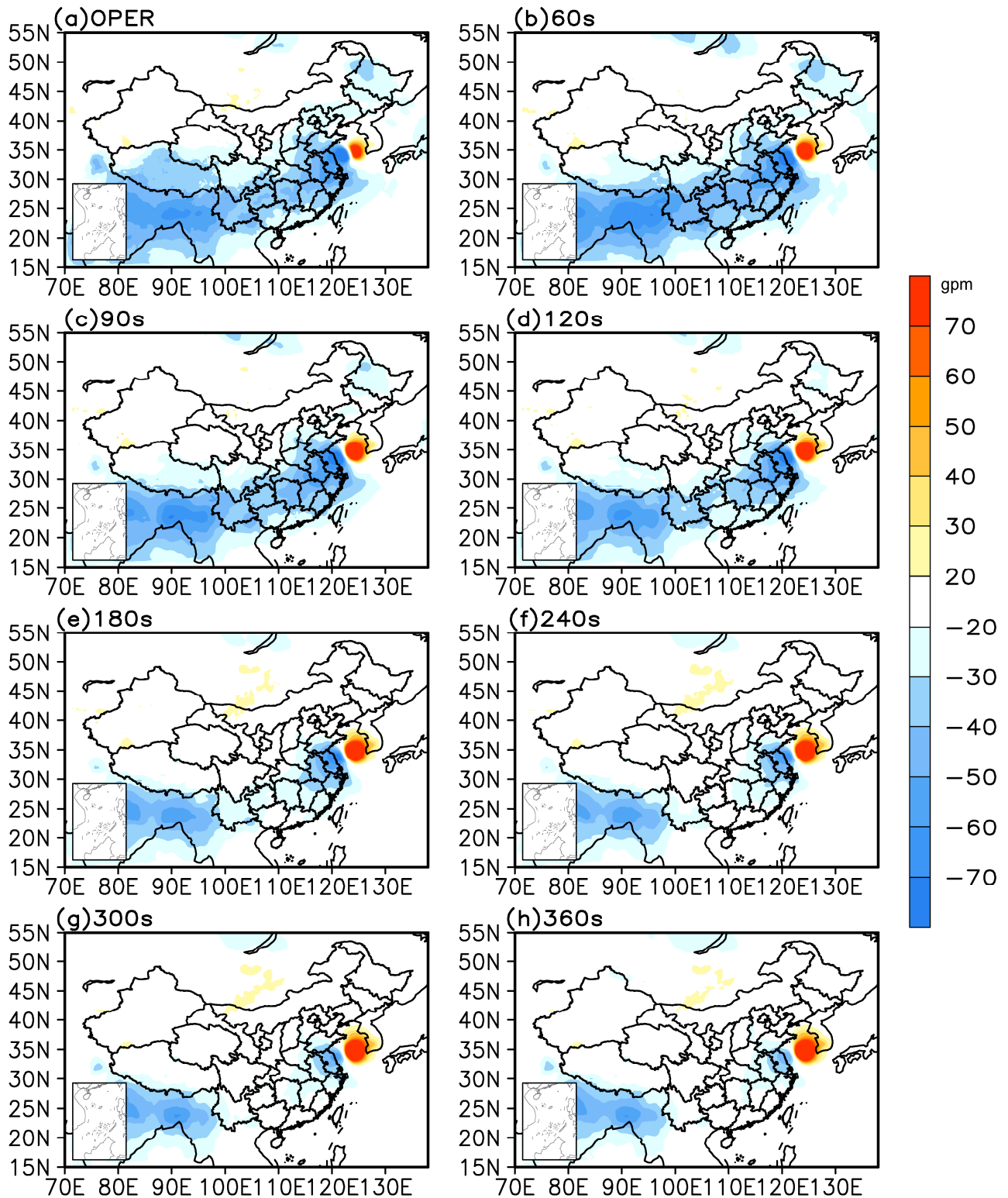


图7 初始时刻为2011年8月5日12时, 预报60小时后(2011年8月8日00时, 北京时间, 下同)500 hPa位势高度场预报误差(单位: gpm)的空间分布: (a)空间分辨率为 $0.15^{\circ} \times 0.15^{\circ}$ 和时间步长为90 s时的结果(OPER); (b-h)分别对应空间分辨率为 $0.3^{\circ} \times 0.3^{\circ}$ , 和时间步长为60、90、120、180、240、300和360 s时的结果

Fig. 7 Spatial distribution of error between the observed and forecasted 500-hPa geopotential height fields (gpm) at a forecast time of 60 h [0000 BT (Beijing time, same as below) 8 August 2011]. Panel (a) is the result for a spatial resolution of  $0.15^{\circ} \times 0.15^{\circ}$  and a time step of 90 s (OPER). Panels (b-h) are the results for a spatial resolution of  $0.3^{\circ} \times 0.3^{\circ}$  and time steps of 60, 90, 120, 180, 240, 300, and 360 s, respectively. The initialization time was 1200 BT 5 August 2011

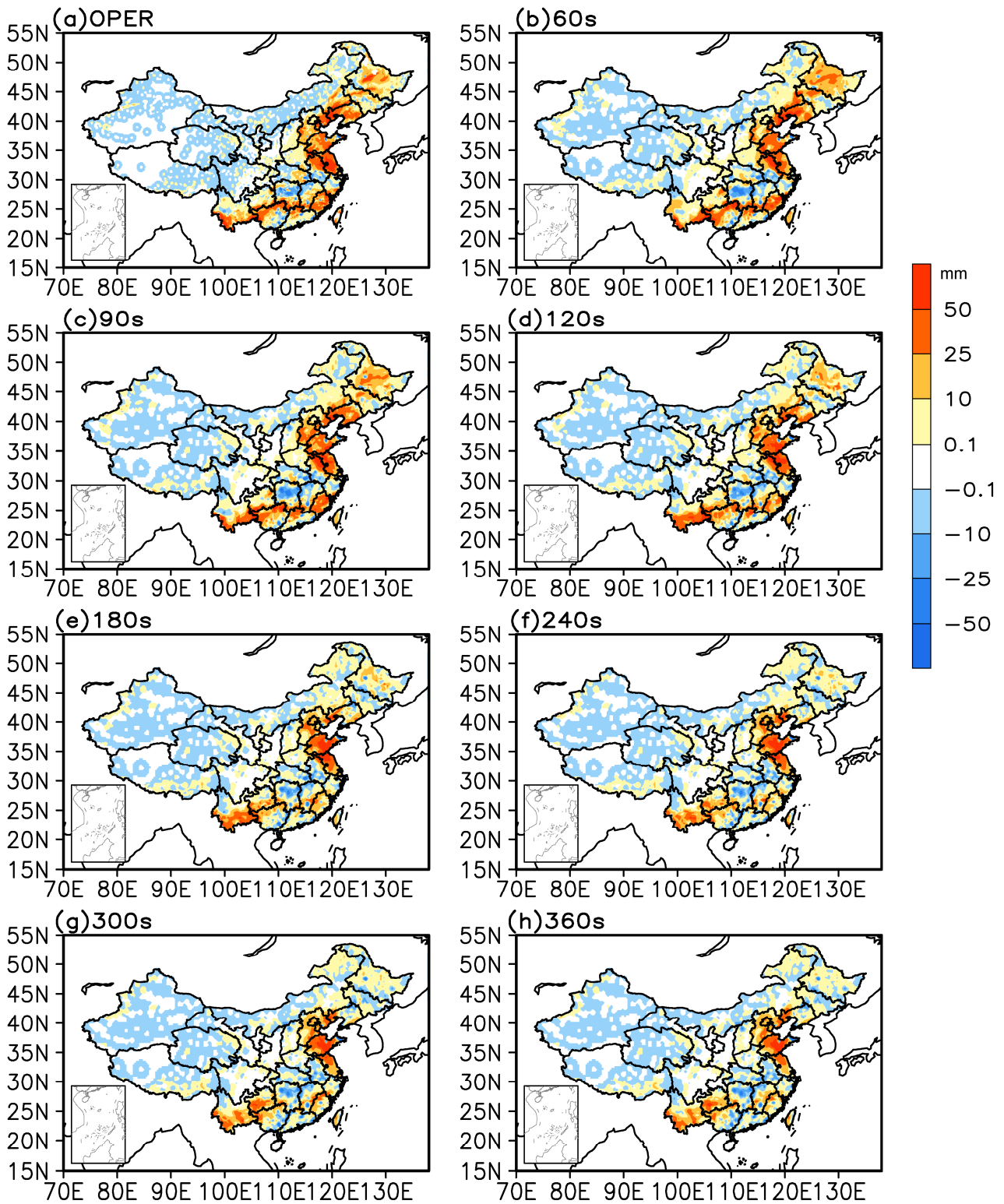


图 8 同图 7, 但是为降水预报误差(单位: mm)的空间分布情况  
Fig. 8 As in Fig 7, but for precipitation error (mm)

较小, 而东北地区对时间步长比较敏感, 变化较大, 说明降水的预报误差大部分集中在东北地区。

为了从环流场特征的角度阐明该个例中东北

地区降水预报误差较大的原因, 本文考察了位势高度场与地面降水场之间的配置关系。图 13 为 500 hPa 位势高度场的分析场和不同空间分辨率、时间

步长的预报场的空间分布(等值线)以及对应时刻的地面降水场的空间分布(阴影), 容易看出, 500 hPa 位势高度场的分析场中, 5840 (单位: gpm) 脊线位于东北地区上空, 其对应的东北地区的观测

降水较少。而对于 500 hPa 位势高度场的预报场, 与空间分辨率为  $0.15^\circ \times 0.15^\circ$ 、时间步长为 90 s 时的情形类似, 当空间分辨率为  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$ 、时间步长为 60、90、120 和 180 s 时, 5840 脊线预报的位置偏于海上, 此时东北地区的预报降水较大, 与实际降水不符; 而当时间步长取为 240、300 和 360 s 时, 5840 脊线预报位置与观测十分相似, 均位于东北地区上空, 对应的东北地区的预报降水雨量较小, 与实际相符。其原因可能是当空间分辨率为  $0.15^\circ \times 0.15^\circ$ 、时间步长为 90 s 时或者空间分辨率为  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$ 、时间步长分别为 60、90、120 和 180 s 时, 模式对实际位于东北地区的高压脊线强度的模拟偏弱, 导致模拟的下沉气流强度偏弱, 使台风云系向东北地区过度延伸, 预报雨量偏大。而对于空间分辨率为  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$ 、时间步长分别为 240、300 和 360 s 时, 模式对于东北地区高压脊线的模拟强度与实际观测相符, 此时下沉气流较强, 雨量较小。

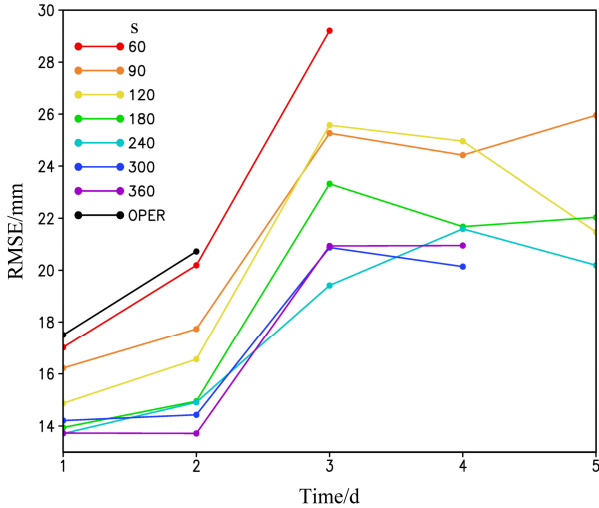


图 9 初始时刻为 2011 年 8 月 5 日 12 时的个例的降水预报场与观测场间的 RMSE (mm) 随时间 (单位: d) 的演化

Fig. 9 The RMSE (mm) between the forecasted and observed precipitation as a function of forecast time (d) in the case study beginning at 1200 BT on 5 August 2011

### 5 结论和讨论

数值天气预报的模式方程组是一组非线性偏微分方程组, 在数值求解过程中会不可避免地要受

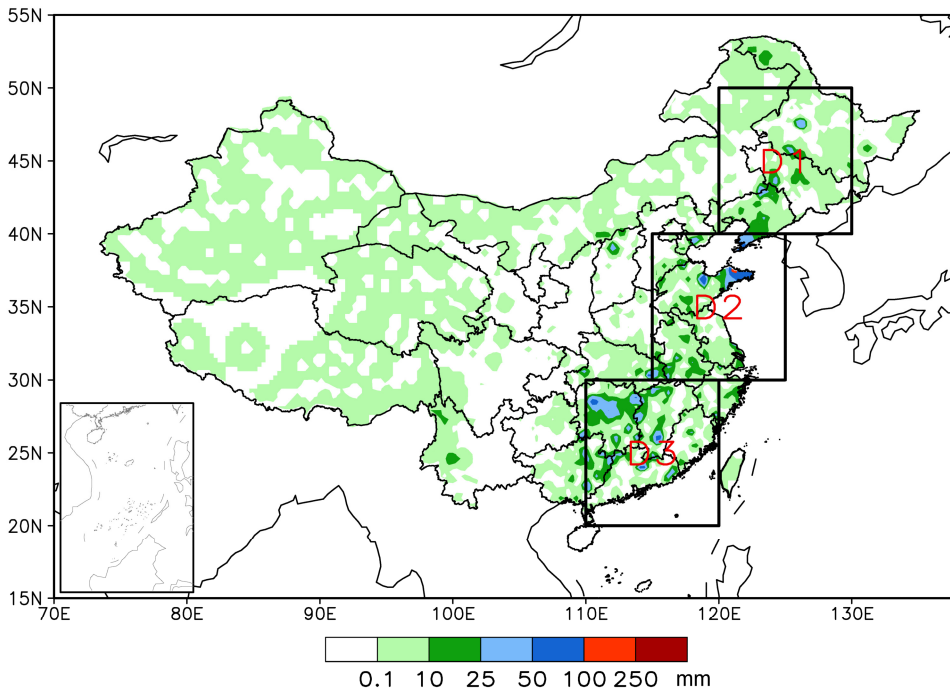


图 10 初始时刻为 2011 年 8 月 5 日 12 时的预报个例中, 与预报 36~60 小时累计降水量相对应的观测的累计降水量 (单位: mm) 分布的三个主要区域: 东北地区 (D1;  $40^\circ\text{N}\sim 50^\circ\text{N}$ ,  $120^\circ\text{E}\sim 130^\circ\text{E}$ ), 胶东半岛 (D2;  $30^\circ\text{N}\sim 40^\circ\text{N}$ ,  $115^\circ\text{E}\sim 125^\circ\text{E}$ ), 华南地区 (D3;  $20^\circ\text{N}\sim 30^\circ\text{N}$ ,  $110^\circ\text{E}\sim 120^\circ\text{E}$ )

Fig. 10 Three regions of 24-h observed accumulated precipitation corresponding to the forecasted accumulated precipitation (mm) between forecast times of 36 and 60 h: northeastern China (D1;  $40^\circ\text{N}\sim 50^\circ\text{N}$ ,  $120^\circ\text{E}\sim 130^\circ\text{E}$ ); Shandong peninsula (D2;  $30^\circ\text{N}\sim 40^\circ\text{N}$ ,  $115^\circ\text{E}\sim 125^\circ\text{E}$ ); southern China (D3;  $20^\circ\text{N}\sim 30^\circ\text{N}$ ,  $110^\circ\text{E}\sim 120^\circ\text{E}$ ). The initialization time of the case study was 1200 BT 5 August 2011

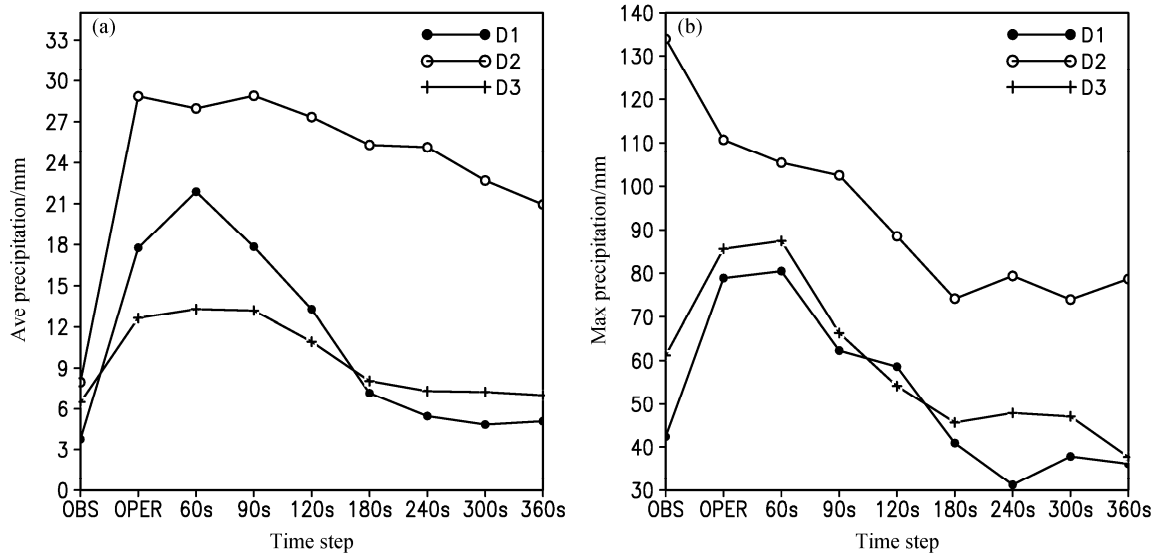


图 11 初始时刻为 2011 年 8 月 5 日 12 时的预报个例中, 三个主要降水区域内 (D1, 东北地区; D2, 胶东半岛; D3, 华南地区) 站点 (a) 平均降水量 (mm) 和 (b) 最大降水量极值 (mm) 随时间步长的变化。OBS 代表观测的结果, OPER 代表空间分辨率为  $0.15^\circ \times 0.15^\circ$ 、时间步长为 90 s 时的模式预报结果

Fig. 11 (a) Station averaged precipitation (mm) and (b) its maximum value as (mm) a function of time steps in the three main rainfall regions (D1, northeastern China; D2 Shandong peninsula; D3, southern China). OBS indicates the observed results, while OPER represents the forecasts based on a spatial resolution of  $0.15^\circ \times 0.15^\circ$  and a time step of 90 s. The initialization time of the case study was 1200 BT 5 August 2011

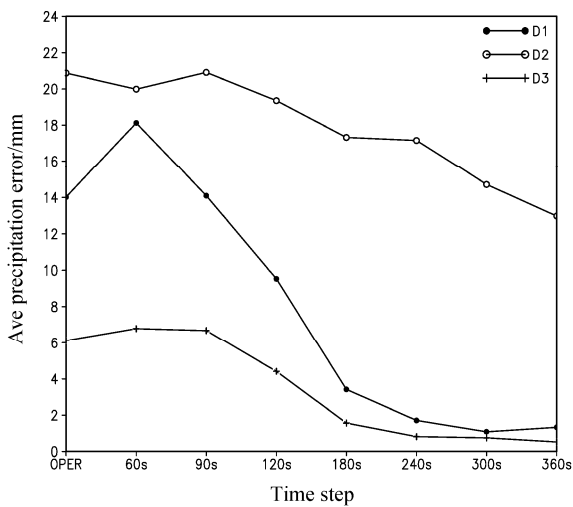


图 12 初始时刻为 2011 年 8 月 5 日 12 时的预报个例中, 三个主要降水区域内 (D1, 东北地区; D2, 胶东半岛; D3, 华南地区) 站点平均降水的预报误差 (mm) 随时间步长的变化。OPER 代表空间分辨率为  $0.15^\circ \times 0.15^\circ$ 、时间步长为 90 s 时的模式预报结果

Fig. 12 Prediction error (mm) of station-averaged precipitation versus time-step size in the three main rainfall regions (D1, northeastern China; D2 Shandong peninsula; D3, southern China). OPER represents the forecasts based on a spatial resolution of  $0.15^\circ \times 0.15^\circ$  and a time step of 90 s. The initialization time of the case study was 1200 BT 5 August 2011

到截断误差和舍入误差的影响, 而这两种误差大小依赖于时间步长和空间分辨率的大小。Li et al.

(2000, 2001)提出了“计算不确定性原理”的概念, 研究了舍入误差对于非线性常微分方程解的影响。本文在前人工作基础上, 利用中国气象局的 GRAPES 区域中尺度数值预报系统 (GRAPES\_MESO) 针对 700、500 和 200 hPa 的位势高度场  $H$ , 温度场  $T$ , 风速  $U, V$  场和地面降水场等变量, 给定模式的物理过程, 考察了时间步长和空间分辨率对于模式预报效果的影响, 得到以下结论。

(1) 当空间分辨率为  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$  时, 时间步长的选取对于变量  $H, U, V, T$  和地面降水场的预报效果具有明显影响: 随着时间步长的增加, 变量  $H, U, V$  和高层温度场的预报技巧逐渐提高, 而到了一定的时间步长 240 s 附近时这种提高就非常不明显, 甚至有的还有向相反方向下降的趋势; 在对地面降水场的考察中发现, 无论是 TS/BIAS 评分、区域平均的预报降水总量与实况降水总量之间的绝对误差 (AE) 还是所有个例平均的降水预报 RMSE, 均与变量  $H, U, V, T$  类似, 存在最优时间步长, 在 240 s 附近。初步说明计算不确定性原理中的最优时间步长理论在复杂的偏微分方程组中的适用性。

(2) 在相同的试验配置条件下, 将空间分辨率为  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$  时对应的最优时间步长 (240 s) 的预报

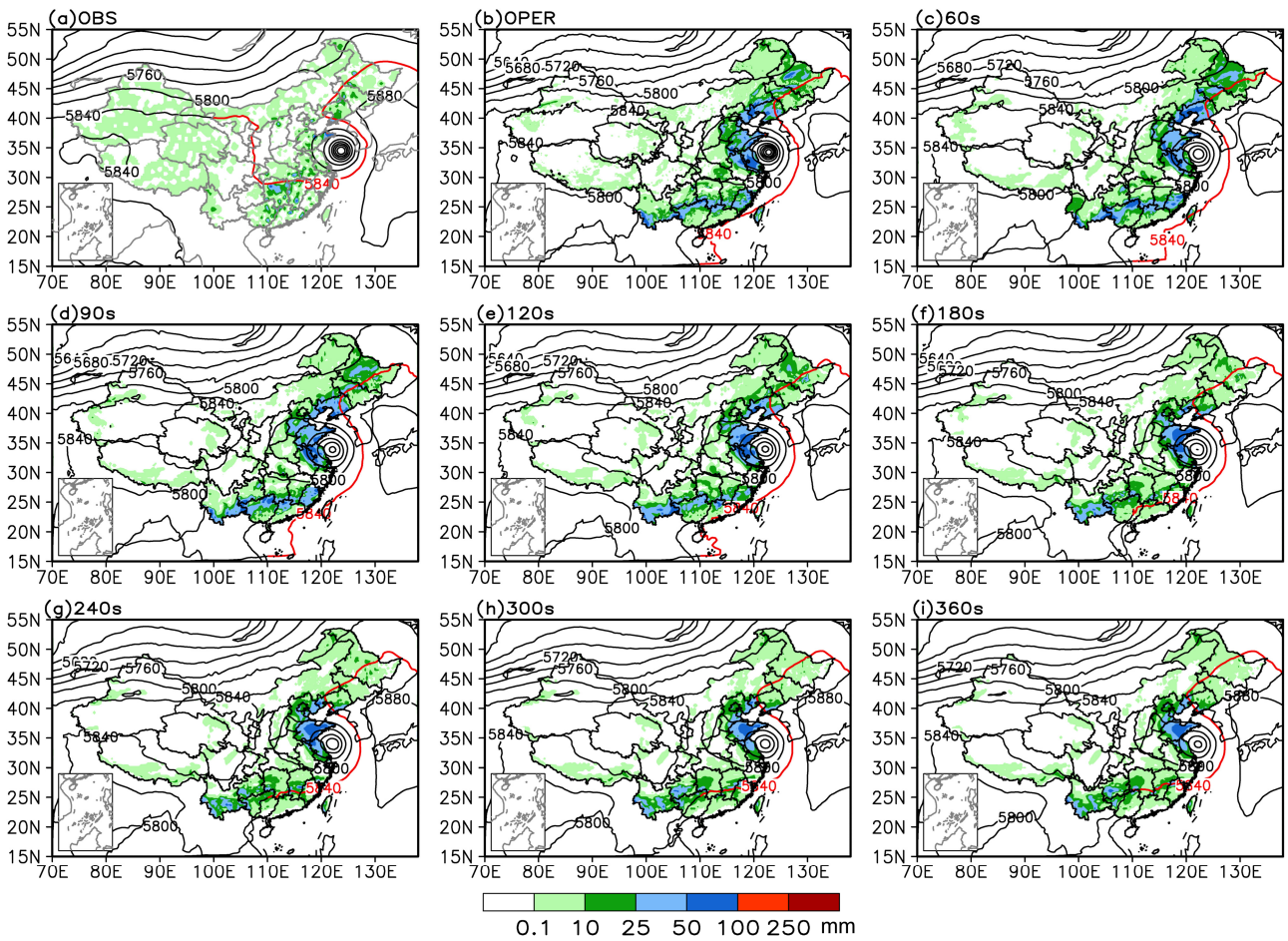


图 13 500 hPa 位势高度场 (等值线, 单位: gpm) 以及与其相匹配的地面降水量 (阴影, 单位: mm) 的空间分布。500 hPa 位势高度场为预报 60 小时后的结果, 地面降水量为预报 36~60 小时的累计降水量。(a) OBS 代表与预报时刻相对应的观测结果, (b) OPER 代表空间分辨率为  $0.15^\circ \times 0.15^\circ$ 、时间步长为 90 s 时的模式预报结果, (c-i) 分别代表空间分辨率为  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$ 、时间步长为 60、90、120、180、240、300 和 360 s 时的模式结果。红色曲线为位势高度场 5840 线。该个例初始时刻为 2011 年 8 月 5 日 12 时

Fig. 13 Spatial distribution of 500-hPa geopotential height field (contours, units: gpm) and the corresponding surface precipitation (color shading, units: mm). The 500-hPa geopotential height field is the forecast result at a forecast time of 60 h, while the surface precipitation is the forecasted accumulated precipitation between forecast times of 36 and 60 h. (a) OBS indicates the observed result, while (b) OPER denotes the operational forecast based on a spatial resolution of  $0.15^\circ \times 0.15^\circ$  and a time step of 90 s. Panels (c-i) are the forecast results for a spatial resolution of  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$  and time steps of 60, 90, 120, 180, 240, 300, and 360 s, respectively. The red line indicates the 5840 gpm line of the 500-hPa geopotential height field. The initialization time of the case study was 1200 BT 5 August 2011

结果与当前业务中的空间分辨率为  $0.15^\circ \times 0.15^\circ$ 、时间步长为 90 s 时的预报结果比较发现, 前者中变量  $H$ 、 $T$ 、 $U$ 、 $V$  的预报技巧均高于后者。而且在针对地面降水场的评估中, 无论是 TS/BIAS 评分、区域平均降水总量的绝对预报误差 (AE) 还是降水预报误差 (RMSE), 也是如此。可见, 在本文试验配置条件下, 并不一定是空间分辨率越高, 预报效果越好。

(3) 初始时刻为 2011 年 8 月 5 日 12 时的个例分析结果表明: 空间分辨率为  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$  时, 500 hPa 位势高度场和地面降水场的预报误差均随着时间

步长的增大而逐渐减小, 在时间步长达到 240 s 后, 这种减小不再明显, 而且在针对地面降水场的评估结果中, 观测场和预报场间的 RMSE 以及站点平均降水的预报误差都是在时间步长为 240 s 附近时较小, 同时位势高度预报场和降水预报场与观测较为接近, 预报技巧较高。此后, 随着时间步长继续增大, 模式运行稳定度变差, 说明在该个例里最优时间步长仍然存在; 随后比较了空间分辨率为  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$ 、时间步长为 240 s 时和空间分辨率为  $0.15^\circ \times 0.15^\circ$ 、时间步长为 90 s 时的预报结果, 得到

与所有个例平均分析中相同的结论。

为了保证模式积分的稳定性, 本文依据模式数值求解收敛的必要条件——柯朗条件, 将空间分辨率为 0.3 度时的时间步长分别选取为 60、90、120、180、240、300 和 360 s, 并得到最优时间步长为 240 s 左右这个结论。在该试验里, 240 s 只是最优时间步长的近似值, 要想得到其更精确的数值, 应该将时间步长的间隔进一步细化。由于本文所关注的问题是最优时间步长的存在性问题, 所以对于时间步长间隔的选取较大, 而在实际业务应用当中, 应该尽量选取较小的时间步长间隔, 从而得到与空间分辨率相匹配的最优时间步长的精确值。

另外, 本文中的结论均是在给定模式物理过程的条件下得到的。对于模式预报效果的影响, 除了计算不确定性原理外, 也可能与时间步长和模式物理过程(包括不确定参数)的匹配、模式物理过程和动力框架的相互作用或者三者之间的共同作用有关。对于模式物理过程与时间步长和空间分辨率之间的相互作用, 还需要进一步的研究。

最后, 本文重点讨论了时间步长对于模式预报效果的影响, 但由于计算资源的限制, 空间分辨率仅仅考虑了  $0.15^\circ \times 0.15^\circ$  和  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$  时的两种情形。在未来的工作中, 可以考虑选取更多的空间分辨率, 重复该试验, 更进一步考察空间分辨率对于模式预报效果的影响。

### 参考文献 (References)

- 陈德辉, 薛纪善, 杨学胜, 等. 2008. GRAPES 新一代全球/区域多尺度统一数值预报模式总体设计研究 [J]. 科学通报, 53 (20): 2396–2407.
- Chen Dehui, Xue Jishan, Yang Xuesheng, et al. 2008. Introduction of designing schemes in GRAPES, a new generation of global/regional and synoptic/climatic unified numerical prediction model [J]. Chinese Science Bulletin (in Chinese), 53 (20): 2396–2407.
- Gear C W. 1971. Numerical Initial Value Problems in Ordinary Differential Equations [M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1–14, 72–86
- 管成功, 王克敏, 陈晓红. 2006. 2002–2005 年 T213 数值降水预报产品分析检验 [J]. 气象, 32 (8): 70–76. Guan Chenggong, Wang Kemin, Chen Xiaohong. 2006. Analyses and verifications of T213 rainfall forecast from 2002 to 2005 [J]. Meteorological Monthly (in Chinese), 32(8): 70–76.
- Henrici P. 1962. Discrete Variable Methods in Ordinary Differential Equations [M]. New York: John Wiley, 187pp.
- Henrici P. 1963. Error Propagation for Difference Methods [M]. New York: John Wiley, 73pp.
- 黄卓. 2001. 气象预报产品质量评分系统技术手册 [M]. 北京: 中国气象局预测减灾司, 9–11. Huang Zhuo. 2001. Technical Manual of Scoring System for Assessment of Weather Forecast Products (in Chinese)[M]. Beijing: Forecast Disaster Reduction Division of CMA, 9–11.
- 李建平. 2000. 算不准原理及其意义与启示 [J]. 中国科学院院刊, 15 (6): 428–430. Li Jianping. 2000. Computational uncertainty principle and its scientific instruct [J]. Bulletin of the Chinese Academy of Sciences (in Chinese), 15(6): 428–430.
- Li J P, Zeng Q C, Chou J F. 2000. Computational uncertainty principle in nonlinear ordinary differential equations (I) Numerical results [J]. Science in China (Series E), 43 (5): 449–461.
- Li J P, Zeng Q C, Chou J F. 2001. Computational uncertainty principle in nonlinear ordinary differential equations (II). Theoretical analysis [J]. Science in China (Series E), 44 (1): 55–74.
- 李勇, 王雨. 2007. 2007 年夏季 GRAPES-MESO 15 及 30 km 模式对比检验 [J]. 气象, 34 (10): 81–89. Li Yong, Wang Yu. 2007. Contrast test of 15 and 30 km GRAPES model product in summer of 2007 [J]. Meteorological Monthly (in Chinese), 34 (10): 81–89.
- 刘宝超, 李建平, 冯立成. 2013. 垂直分辨率对长江口海域  $M_2$  分潮模拟的影响 [J]. 海洋学报, 35 (4): 19–28. Liu Baochao, Li Jianping, Feng Licheng. 2013. The effect of vertical resolution on the simulation of  $M_2$  tide in Changjiang estuary [J]. Acta Oceanologica Sinica (in Chinese), 35 (4): 19–28.
- 穆穆, 李建平, 丑纪范, 等. 2002. 气候系统可预报性理论研究 [J]. 气候与环境研究, 7 (2): 227–235. Mu Mu, Li Jianping, Chou Jifan, et al. 2002. Theoretical research on the predictability of climate system [J]. Climatic and Environment Research (in Chinese), 7 (2): 227–235.
- Quinn K. 1983. Ever had problems rounding off figures? This stock exchange has [J]. The Wall Street Journal, No. 91, p37.
- Skeel R. 1992. Roundoff error and the patriot missile [J]. SIAM News, 25 (4): 11.
- von Neumann J. 1960. Some remarks on the problem of forecasting climatic fluctuations [M]/Preffer R L. Dynamics of Climate. New York: Pergamon Press, 9–11.
- 王鹏飞, 黄刚. 2006. 数值模式预报时效对计算精度和时间步长的依赖关系 [J]. 气候与环境研究, 11 (3): 395–403. Wang Pengfei, Huang Gang. 2006. A study on the dependency of maximum prediction time on computation precision and time step-size in numerical model [J]. Climatic and Environment Research (in Chinese), 11 (3): 395–403.
- 王雨. 2003. 2002 年主汛期国家气象中心主客观降水预报对比检验 [J]. 气象, 29 (5): 21–25. Wang Yu. 2003. Verification of NMC subjective and objective precipitation prediction during the main flood season in 2002 [J]. Meteorological Monthly (in Chinese), 29 (5): 21–25.
- Wilkinson J H. 1971. Modern error analysis [J]. SIAM Rev., 13 (4): 548–568.
- 徐国强, 陈德辉, 薛纪善, 等. 2008. GRAPES 物理过程的优化试验及程序结构设计 [J]. 科学通报, 53 (20): 2428–2434. Xu Guoqiang, Chen Dehui, Xue Jishan, et al. 2008. Optimization experiments of physical mechanisms and program design techniques in GRAPES model [J]. Chinese Science Bulletin (in Chinese), 53 (20): 2428–2434.
- 薛纪善, 陈德辉. 2008. 数值预报系统 GRAPES 的科学设计与应用 [M]. 北京: 科学出版社, 206pp. Xue Jishan, Chen Dehui. 2008. Scientific Designs and Applications of the Numerical Prediction System of GRAPES (in Chinese) [M]. Beijing: Science Press, 206pp.